RAN-2003000205020113

RAN-2003000205020113

T.Y.B.Sc. (Sem-V) Examination October - 2023

Statistical Inference-I (Paper-503)

સૂચના : / Instructions

(૧) નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fill up strictly the details of ☛ signs on your answer book

Name of the Examination:

☛ **T.Y.B.Sc. (Sem-V)**

Name of the Subject :

☛ **Statistical Inference-I (Paper-503)**

Subject Code No.: **2003000205020113**

Seat No.:

Student's Signature

(2) Answer the following questions.

(૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરિજયાત છે.

(3) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.

(૩) લઘુગુણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.

(4) Figures given to the right indicate the marks of the question.

(૪) જમણી બાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નનાં પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

(5) Non programmable scientific calculator is allowed.

(૫) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફીક કેલ્કયુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

Q.-I Answer the following. **(8)**

નીચેના પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.

(i) Show that Chi-square variable is an unbiased estimator of n.
બતાવો કે કાઈ સ્કવેર ચલ એ n નો અનભિનત આગણક છે

(ii) Let T_1 and T_2 be two unbiased estimators with same variance, e is the ratio of variance of best estimator and common variance and ρ is the correlation coefficient between T_1 and T_2 then show that $\rho \geq 2e-1$.
ધારોકે T_1 અને T_2 બે અનભિનત આગણનકારો હોય તેમનાં વિચરણો સમાન હોય, e એ શ્રેષ્ઠ આગણકનું વિચરણ અને સમાન વિચરણનો ગુણોત્તર હોય અને ρ એ T_1 અને T_2 વચ્ચેનો સહસબંધાંક હોય તો બતાવો કે $\rho \geq 2e-1$.

(iii) Let $x_1, x_2,,,,, x_n$ be a random sample drawn from a Bernoulli distribution with parameter θ. Then find sufficient statistics for parameters θ.

જો $x_1, x_2,,,,, x_n$ પ્રચલ θ વાળા બર્નોલી વિતરણમાંથી યદચ્છ નિદર્શ લેવામાં આવ્યો હોય તો θ માટે પર્યાપ્ત વિધેય મેળવો.

(iv) Show that Poisson distribution is a member of one parameter of family of exponential distribution.

બતાવો કે પાયસન વિતરણએ વન પેરામીટર ફેમીલી ઓફ એકસપોનનશીયલ ડીસ્ટ્રીબ્યુશનનો સમૂહ છે.

Q.-2 (a) **Attempt any one.** **(4)**

ગમે તે એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો.

(i) In usual notation prove that if n→∞, $E(T_n)\to \theta$ and $V(T_n)\to 0$ then prove that T_n is a consistent estimator of θ.

પ્રચલિત સંકેતમાં જો n→∞, $E(T_n)\to \theta$ અને $V(T_n)\to 0$ હોય તો સાબિત કરો કે T_n એ પ્રચલ θ સાર્મથ્ય આગણનકાર છે.

(ii) In usual notation prove that if minimum variance unbiased estimator exists then it is essentially unique.

પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે જો ન્યુનતમ વિચરણ અનભિનત આગણનકાર અસ્તિત્વ ધરાવતો હોય તો તે માત્ર એક અને એક જ હોય છે.

(b) **Attempt any two.** **(10)**

ગમે તે બે પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.

(i) Define scale parameter.

Let $x_1, x_2,.....x_n$ be a random sample drawn from a N(θ,1) Find Pitman estimator of θ.

સ્કેલ પ્રચલની વ્યાખ્યા આપો.

$x_1, x_2,.....x_n$ યદચ્છ નિદર્શ N(θ,1) માંથી લેવામાં આવ્યો હોય તો θ નો પિટમાન આગણનકાર મેળવો.

(ii) Let $x_1, x_2,.....x_n$ be a random sample drawn from a population with p.d.f. $f(x, \theta) = 1; \quad \theta - \frac{1}{2} < x < \theta + \frac{1}{2}$

Then find Pitman estimator of θ.

$x_1, x_2,.....x_n$ યદચ્છ નિદર્શ એવી સમષ્ટિ કે જેનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય હોય તેમાંથી લેવામાં આવ્યો હોય

$f(x, \theta) = 1; \quad \theta - \frac{1}{2} < x < \theta + \frac{1}{2}$

તો પ્રચલ θ નો પિટમાન આગણનકાર મેળવો.

(iii) Let $x_1, x_2, \ldots x_n$ be a random sample drawn from a population with p.d.f. $f(x, \theta) = 1; \quad \theta < x < \theta + 1$

Then find consistent estimator of θ.

જો $x_1, x_2, \ldots x_n$ યદચ્છ નિદર્શ એવી સમષ્ટિમાંથી લેવામાંથી લેવામાં આવ્યો છે કે જેનું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$f(x, \theta) = 1; \quad \theta < x < \theta + 1$ છે. તો θ માટેનો સામર્થ્ય આગણનકાર મેળવો.

Q.-3 (a) **Attempt any one.** **(4)**

ગમે તે એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો.

(i) Show that the problem of testing of hypothesis and point estimation is a particular case of decision problem.

બતાવો કે પરિકલ્પના પરિક્ષણ, બિંદુ આગણન એ નિર્ણય સિધ્ધાંતનો વિશિષ્ટ પ્રકાર છે.

(ii) Obtain the condition for existence of minimum variance bound unbiased estimator.

ન્યુનતમ વિચરણ બધ્ધ અનભિનત આગણનકાર માટેના અસ્તિત્વ માટેની શરત મેળવો.

(b) **Attempt any two.** **(10)**

ગમે તે બે પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.

(i) Show that Bernoulli distribution with parameter θ is a member of one parameter family of exponential distribution. Find complete sufficient statistics of θ and also find UMVUE of θ.

પ્રાચલ θ વાળું બર્નોલી વિતરણ એ વન પેરામીટર ફેમીલી ઓફ એકસપોન્શીયલનો સમૂહ છે. તે θ માટે કમ્પલીટ પર્યાપ્ત વિધેય મેળવો. તથા θ માટે UMVUE મેળવો.

(ii) Find sufficient statistic of parameter θ for following probability distributions.

(a) $x_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ where $\theta = (\mu, \sigma^2)$

(b) $x_i \sim P(\theta)$ Poisson distribution

નીચે આપેલા સંભાવના વિતરણો માટે θ નો પર્યાપ્ત અવલોકન વિધેય મેળવો.

(a) $x_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ જ્યાં $\theta = (\mu, \sigma^2)$

(b) $x_i \sim P(\theta)$ પોયસન વિતરણ

(iii) In usual notation state and prove Rao- Black well theorem.

પ્રચલિત સંકેતમાં રાવ બ્લેક વેલ પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

Q.-4 (a) **Attempt any one.** **(4)**

ગમે તે એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો.

(i) State and prove Cramer Rao inequality with regularity conditions.

પર્યાપ્ત શરતો જણાવી પ્રચલિત સંકેતમાં ક્રેમર રાવ અસમતા લખો અને સાબિત કરો.

(ii) State and prove factorization theorem for sufficient statistics.

પર્યાપ્ત આગણનકાર માટેનું અવયવ પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

(b) **Attempt any two.** **(10)**

ગમે તે બે પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો.

(i) Suppose $x_1, x_2, \ldots x_n$ be a random sample from $N(\mu, \sigma^2)$, where μ is known. Show that mean deviation about mean $T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |x_i - \mu|$ is not an unbiased estimator of σ. Suggest an unbiased estimator of σ.

ધારોકે $x_1, x_2, \ldots x_n$ કદનો યદચ્છ નિદર્શ $N(\mu, \sigma^2)$ માંથી લેવામાં આવ્યો હોય, જયાં μ જ્ઞાત હોય તો બતાવો કે મધ્યક સાપેક્ષ સરેરાશ વિચલન, $T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |x_i - \mu|$ એ σ નો અનભિનત આગણનકાર નથી. σ નો અનભિનત આગણનકાર મેળવો

(ii) Let $x_1, x_2, \ldots x_n$ be a random sample drawn from a Exponential distribution with parameter θ then find minimum variance bound unbiased estimator of θ.

$x_1, x_2, \ldots x_n$ કદનો યદચ્છ નિદર્શ ઘાતાંકીય વિતરણ કે જેનો પ્રચલ θ હોય તેમાંથી લેવામાં આવ્યો હોય તો θ નો ન્યુનતમ વિચરણ બદ્ધ અનભિનત આગણનકાર મેળવો

(iii) A random variable x has a binomial distribution with parameter θ. If the decision $d(x) = \frac{x}{n}$ and the loss function is $l(\theta, d) = (d - \theta)^2$. Then find the risk function.

પ્રચલ θ વાળા દ્વિપદી વિતરણમાંથી યદચ્છ ચલ X લેવામાં આવે છે. જો $d(x) = \frac{x}{n}$ નિર્ણયાત્મક વિધેય અને નુકશાન વિધેય $l(\theta, d) = (d - \theta)^2$ હોય તો જોખમ વિધેય મેળવો.
